**Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича**  
  
**факультет математики та інформатики**  
 **кафедра** **алгебри та інформатики**

**СИЛАБУС  
 навчальної дисципліни**

***Диференціальна геометрія***  
**обов’язкова**

**Освітньо-професійна програма:**

***«Математика»***

**Спеціальність:**

***111 «Математика»***

**Галузь знань:**

***11 – Математика та статистика***

**Рівень вищої освіти *перший бакалаврський***

***Факультет математики та інформатики***

**Мова навчання *українська***

**Розробники:**

Городецький В.В., *професор кафедри алгебри та інформатики, доктор фізико-математичних наук*

Колісник Р.С., *доцент кафедри алгебри та інформатики, кандидат фізико-математичних наук*

**Профайл викладача (-ів)** <http://algebra.fmi.org.ua/teachers/>

**Контактний тел.** 0505935025

**E-mail:** [v.gorodetskiy@chnu.edu.ua](mailto:v.gorodetskiy@chnu.edu.ua), [r.kolisnyk@chnu.edu.ua](mailto:r.kolisnyk@chnu.edu.ua)

**Сторінка курсу в Moodle** <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=575>

**Консультації** Очні консультації: четвер по 2 тижн. з 13.00 до 14.20  
 Онлайн-консультації: середа з 14.40 до 15.40

**1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).**

Навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія», яка є складовою освітньої програми *«Математика» зі спеціальності 111 «Математика» для галузі знань 11 – «Математика та статистика»* повинна сформувати у майбутніх математиків-науковців та вчителів математики поняття кривої та поверхні з точки зору векторного аналізу, навчити характеризувати криві та поверхні, використовуючи методи математичного аналізу.

**2. Мета навчальної дисципліни:** забезпечити ґрунтовне засвоєння теоретичного матеріалу; сприяти формуванню навичок у застосуванні теоретичних знань до доведень теорем та розв’язування задачрізного ступеня складності; правильному використанню основнихметодів, тверджень та властивостейпри розв’язуванні задач.

**Завдання дисципліни –** досягти ґрунтовного засвоєння теоретичних і практичних розділів курсу диференціальної геометрії, навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями, розв’язувати практичні завдання з використанням отриманихзнаньзтеоріїкривих і поверхонь у тривимірному евклідовому просторі та тензорного числення.

**3. Пререквізити.** Для підвищення ефективності засвоєння курсу «Диференціальна геометрія» здобувач вищої освіти має вивчити такі дисципліни: «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Лінійна алгебра», «Диференціальні рівняння».

**4. Результати навчання.**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

* + - * основи теорій кривих та поверхонь у евклідовому просторі,
      * елементи тензорного числення.

**вміти:**

* задавати криву та поверхню рiзними способами;
* знаходити елементи тригранника Френе кривої;
* знаходити кривину та скрут кривої в заданій точці;
* знаходити першу та другу квадратичну форми поверхні та використовувати їх до розв’язування задач;
* обчислювати повну та середню кривини поверхнi.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються наступні

**загальні компетентності:**

ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.

ЗК-7. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК-12. Здатність працювати автономно.

ЗК-13. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків.

**фахові компетентності:**

ФК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

ФК-2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі.

ФК-3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

ФК-4. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних.

ФК-5. Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.

ФК-6. Здатність до кількісного мислення.

ФК-7. Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси.

ФК-8. Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.

ФК-9. Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей.

ФК-10. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

ФК-11. Здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час підрахунків.

ФК-12. Здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм. ФК-14. Готовність розв’язувати нові проблеми у нових галузях.

та отримуються наступні **програмні результати навчання:**

ПРН-З-1. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці, описувати нерозв’язані математичні задачі.

ПРН-З-3. Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

ПРН-З-4. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

ПРН-З-6. Знати методи математичного моделювання природничих та/ або соціальних процесів.

ПРН-З-7. Володіти основними математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, базовими математичними способами інтерпретації числових даних та основними принципами функціонування природничих процесів.

ПРН-У-1. Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики.

ПРН-У-5. Розв’язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об’єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

ПРН-У-6. Розв’язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.

ПРН-У-7. Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

ПРН-У-8. Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв’язування професійних задач.

ПРН-У-9. Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

ПРН-У-10. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

ПРН-У-11. Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.

ПРН-У-13. Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

ПРН-У-14. Розв’язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією і застосування комп’ютерних засобів статистичного аналізу даних.

ПРН-У-15. Розв’язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.

**5. Опис навчальної дисципліни**

**5.1. Загальна інформація**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Форма навчання** | **Рік підготовки** | **Семестр** | **Кількість** | | **Кількість годин** | | | | | | **Вид підсумко**  **вого контролю** |
| **кредитів** | **годин** | **лекції** | **практичні** | **семінарські** | **лабораторні** | **самостійна робота** | **індивідуальні завдання** |
| **Денна** | 3 | 5 | 5 | 150 | 30 | 30 | - | - | 90 | - | екзамен |

**5.2. Дидактична карта навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
| денна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | |
| л | п | лаб | інд | с.р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **Змістовий модуль 1**. **Лінії в Е3** | | | | | | |
| **Тема 1.** Означення вектор-функції ска­ляр­но­­го аргу­ме­нту.  Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора | **10** | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 2.** Звичайні точки лінії та точ­ки розпрям­лення. Дотична до лінії. Особливі точки | **12** | 2 | 2 | - | - | 8 |
| **Тема 3.** Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній | **10** | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 4.** Довжина дуги лінії. Кривина лінії | **10** | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 5.** Скрут лінії. Тригранник Френе. Формули Френе | **14** | 2 | 2 | - | - | 10 |
| **Разом за змістовим модулем 1** | **56** | **10** | **10** | - | - | **36** |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Змістовий модуль 2**. **Поверхні в Е3** | | | | | | |
| **Тема 1.**  Поверхня як годограф вектор–функ­ції двох скаляр­них аргументів | 10 | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 2.** Дотична площи­на і нормаль | 10 | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 3.** Перша квадратична форма поверхні | 16 | 4 | 4 | - | - | 8 |
| **Тема 4.** Друга квадра­тична форма поверхні | 16 | 4 | 4 | - | - | 8 |
| **Тема 5.** Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні | 12 | 2 | 2 | - | - | 8 |
| **Тема 6.** Асимпто­ти­ч­ні напрями на поверхні | 10 | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 7.** Головні на­п­рями на поверхні. | 10 | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Тема 8.** Головні кривини на поверхні | 10 | 2 | 2 | - | - | 6 |
| **Разом за змістовим модулем 2** | **94** | **20** | **20** | - | - | **54** |
| Усього годин | **150** | **30** | **30** | - | - | **90** |

**5.2.1. Теми практичних занять**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| **Змістовий модуль 1**. **Лінії в Е3** | |
|  | Означення вектор-функції скалярного аргу­ме­нту. Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора |
|  | Звичайні точки лінії та точ­ки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки |
|  | Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній |
|  | Довжина дуги лінії. |
|  | Кривина лінії. Скрут лінії. |
|  | Тригранник Френе. Формули Френе та їх застосування |
| **Змістовий модуль 2**. **Поверхні в Е3** | |
|  | Поверхня як годограф вектор–функції двох скалярних аргументів |
|  | Дотична площина і нормаль поверхні |
|  | Перша квадратична форма поверхні та її застосування |
|  | Друга квадратична форма поверхні та її застосування |
|  | Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні |
|  | Асимпто­тичні напрями на поверхні |
|  | Головні напрями на поверхні. |
|  | Головні кривини на поверхні |

**5.2.2. Самостійна робота**

Самостійна робота студентів складається з обов'язкових і вибіркових завдань.

*Обов'язкова робота студентів*:

* опрацювання лекційного матеріалу;
* виконання самостійних і індивідуальних робіт.

*Вибіркова робота студентів:*

* опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
* виконання завдань підвищеного рівня складності.

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| **Змістовий модуль 1**. Л**інії в Е3** | |
|  | Означення вектор-функції скалярного аргу­ме­нту.  Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора |
|  | Звичайні точки лінії та точ­ки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки |
|  | Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній |
|  | Довжина дуги лінії. Кривина лінії |
|  | Скрут лінії. Тригранник Френе. Формули Френе |
| **Змістовий модуль 2**. **Поверхні в Е3** | |
|  | Поверхня як годограф вектор–функції двох скалярних аргументів. Способи задання |
|  | Дотична площина і нормаль до поверхні. Їх рівняння |
|  | Перша квадратична форма поверхні. Довжина дуги кривої, площа області, кут між лініями на поверхні |
|  | Друга квадратична форма поверхні та її застосування |
|  | Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні |
|  | Асимпто­тичні напрями на поверхні |
|  | Головні напрями на поверхні. |
|  | Тензори на векторному просторі |
|  | Класи тензорів |

**6. Система контролю та оцінювання**

**Види та форми контролю**

Форми поточного контролю: письмові (тестування, самостійні роботи, модульні контрольні роботи) та усні: відповідь студента та ін.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей. ***Форма підсумкового контролю*** з дисципліни – екзамен.

**Засоби оцінювання**

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

* + самостійні роботи
  + модульні контрольні роботи;
  + колоквіуми;
  + тести.

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю знань. Об’єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час даних контролів.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних, семінарських занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацьовувати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно). Завданням підсумкового контролю (іспиту) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв’язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань студентів здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи студентів, впродовж навчального семестру, оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні від 1 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються від 1 до 40 балів.

**Розподіл балів, які отримують студенти**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль | | | | | | | | | | | | | Підсумковийконтроль  (екзамен) | Сумарна  к-ть балів |
| Змістовий модуль 1  (30 балів) | | | | | Зміс­товий модуль 2  (30 балів) | | | | | | | | **40** | **100** |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т6 | Т7 | Т8 |
| **2** | **6** | **6** | **8** | **8** | **2** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** |

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

**Шкала оцінювання: національна та ЄКТС**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оцінка за національною шкалою** | **Оцінка за шкалою ECTS** | |
| **Оцінка (бали)** | **Пояснення за**  **розширеною шкалою** |
| **Відмінно** | A (90-100) | відмінно |
| **Добре** | B (80-89) | дуже добре |
| C (70-79) | добре |
| **Задовільно** | D (60-69) | задовільно |
| E (50-59) | достатньо |
| **Незадовільно** | FX (35-49) | (незадовільно)  з можливістю повторного складання |
| F (1-34) | (незадовільно)  з обов'язковим повторним курсом |

**7. Рекомендована література**

**7.1. Базова (основна)**

1. Рашевский П. К. Курс дифференциальной геометрии. – М.: Гостехиздат, 1950. – 428с.
2. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія. – К.: Вища школа, 1973. – 276с.
3. Городецький В. В., Мартинюк О. В. Диференціальна геометрия в теоремах і задачах. Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 2006. – 400с.
4. Городецький В. В., Мартинюк О. В. Диференціальна геометрия в теоремах і задачах. Підручник. – Чернівці: Книги – ХХІ, 2009. – 400с.
5. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник. – Чернівці: Золоті литаври, 2013. – 396 с. (з грифом МОНУ)
6. Сборник задач по диференциальной геометрии. Под редакцией А.С.Феденко. – М.: Наука, 1979. – 272с.

**7.2. Допоміжна**

1. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М: Наука, 1969. – 176с.
2. Теплінський  Ю .В. Лекції з диференцільної геометрії. – Кам’янець-Подільський державний педагогічний університет, 1999. – 148с.

**8. Інформаційні ресурси**

1. Електронний курс «Диференціальна геометрія» <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=575>
2. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>
3. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
4. Фізико-математична бібліотека <http://ftp.kinetics.nsc.ru/chichinin/pmlic.htm>
5. [DjVu Library Математична бібліотека](http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html) <http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html>