

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та інформатики

Декан



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

проф. Мартинюк О.В.

“ 12 ” серпня 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

Алгебра і геометрія

обов'язкова

Освітньо-професійна програма:

«Системний аналіз»

Спеціальність:

124 «Системний аналіз»

Галузь знань:

12 «Інформаційні технології»

Рівень вищої освіти перший бакалаврський


Факультет математики та інформатики


Мова навчання українська


Чернівці 2024 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «*Алгебра і геометрія*» складена відповідно до освітньо-професійної програми «*Системний аналіз*», затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, протокол №7 від 29 квітня 2024 року

Розробник: **Колісник Р.С.**, завідувач кафедри алгебри та інформатики, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Погоджено з гарантом ОП і затверджено на засіданні кафедри алгебри та інформатики протокол № 11 від 25 червня 2024 року
Завідувач кафедри алгебри та інформатики  доц. Руслана КОЛІСНИК

Схвалено Методичною радою факультету математики та інформатики
Протокол № 11 від 25 червня 2024 року
Голова методичної ради
факультету математики та інформатики  доц. Віра СІКОРА

Затверджено Вченою радою факультету математики та інформатики
Протокол № 1 від 12 серпня 2024 року
Голова Вченої ради
факультету математики та інформатики  проф. Ольга МАРТИНЮК

© Колісник Р.С., 2024 р.

© Факультет математики та інформатики, 2024 р.

Мета навчальної дисципліни

Мета навчальної дисципліни полягає у забезпеченні ґрунтовного засвоєння теоретичних і практичних розділів курсу алгебри і геометрії, сприянні формуванню навичок у застосуванні методів алгебри та геометрії, зокрема, лінійної алгебри, векторної алгебри, аналітичної геометрії тощо. Для досягнення мети передбачається **вивчення** таких основних розділів:

Визначники. Матриці. Системи лінійних рівнянь. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії. Комплексні числа. Многочлени. Векторні простори. Оператори. Лінійні та квадратичні форми. Евклідові простори.

Завдання вивчення дисципліни: навчити студентів вільно оперувати основними поняттями та твердженнями з лінійної алгебри та аналітичної геометрії, розв'язувати практичні завдання з використанням отриманих знань.

2. Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

вміти: використовувати вивчений матеріал при розв'язуванні конкретних задач, застосовувати теоретичні знання на практиці.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньої програми, формуються наступні

фахові компетентності:

ФК2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

ФК3. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

ФК9. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

та отримуються наступні програмні результати навчання:

ПР1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.

ПР2. Вміти використовувати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, що сформульовані природною мовою, застосовувати класичні алгоритми для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо.

3. Опис навчальної дисципліни

3.1. Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	1	4	120	30	30	-	-	60	-	екзамен
		2	4	120	30	30	-	-	60	-	екзамен

3.2. Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем навчальних занять	Кількість кредитів - 8 /годин – 240 год.					
	денна форма – 240 год.					
	усього	у тому числі				
	л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7
1 семестр						
Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри						
Тема 1. Визначники другого і третього порядків та їх властивості.	6	2	2	-	-	2
Тема 2. Визначники вищих порядків та методи їх обчислення.	8	2	2	-	-	4
Тема 3. Матриці та дії над матрицями.	5	2	1	-	-	2
Тема 4. Обернена матриця. Ранг матриці.	5	1	2	-	-	2
Тема 5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи розв'язування СЛАР: метод Гауса, формули Крамера, матричний метод.	12	3	3	-	-	6
Тема 6. Теорема Кронекера-Капеллі та її застосування до дослідження СЛАР. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система їх розв'язків (ФСР).	8	2	2	-	-	4
Разом за змістовим модулем 1	44	12	12	-	-	20
Змістовий модуль 2. Вектори						
Тема 1. Вектори. Системи координат на прямій, площині і в просторі. Лінійні дії над векторами.	6	2	2	-	-	2
Тема 2. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів та їх застосування.	16	4	4	-	-	8
Разом за змістовим модулем 2	22	6	6	-	-	10
Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія						
Тема 1. Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.	10	2	2	-	-	6
Тема 2. Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.	10	2	2	-	-	6

Тема 3. Пряма лінія у просторі її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.	10	2	2	-	-	6
Тема 4. Лінії другого порядку: коло, еліпс, гіпербола та парабола. Вивід їх канонічних рівнянь	8	2	2	-	-	4
Тема 5. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат.	8	2	2	-	-	4
Тема 6. Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди.	8	2	2	-	-	4
Разом за змістовим модулем 3	54	12	12	-	-	30
Усього годин за 1 семестр	120	30	30	-	-	60
2 семестр						
Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми						
Тема 1. Комплексні числа та їх застосування.	12	4	2	-	-	6
Тема 2. Кільце многочленів від однієї змінної над заданим полем. НСД многочленів. Їх корені. Теорема Безу. Схема Горнера та її застосування.	14	4	4	-	-	6
Тема 3. Основна теорема алгебри та наслідки з неї.	8	2	2	-	-	4
Тема 4. Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.	8	2	2	-	-	4
Тема 5. Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма.	8	2	2	-	-	4
Тема 6. Квадратична форма. Канонічний та нормальний вигляди КФ. Еквівалентність КФ. Розпаданя КФ у добуток лінійних форм. Додатно означені КФ.	12	4	2	-	-	6
Разом за змістовим модулем 4	62	18	14	-	-	30
Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці						
Тема 1. Лінійні простори. Базис лінійного простору. Зв'язок між базисами лінійного простору.	13	4	3	-	-	6
Тема 2. Лінійні оператори (ЛО) у лінійних просторах. Матриця ЛО у заданій базі, закон її зміни при зміні базису. Власні вектори та власні значення ЛО.	13	4	3	-	-	6
Тема 3. Означення евклідового простору. Ортогональність векторів. Процес ортогоналізації.	9	2	3	-	-	4
Тема 4. Ортогональні та симетричні оператори у евклідових просторах, їх	12	2	4	-	-	6

властивості. Зведення квадратичних форм до головних осей.						
Тема 5. Многочленні матриці. Канонічна форма Λ -матриці. Жорданова форма матриці. Мінімальний многочлен.	11	-	3	-	-	8
Разом за змістовим модулем 5	58	12	16	-	-	30
Усього годин за 2 семестр	120	30	30	-	-	60
Усього годин	240	60	60	-	-	120
Підсумкова форма контролю	<i>екзамен (у першому семестрі) екзамен (у другому семестрі)</i>					

3.3. Теми семінарських занять (не передбачено)

3.4. Теми практичних занять

№	Назва теми	Кількість годин
1 семестр		
Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри		
1.	Обчислення визначників другого і третього порядків. Властивості визначників.	2
2.	Обчислення визначників вищих порядків. Теорема Лапласа.	2
3.	Матриці та дії над матрицями. Обернена матриця та методи її знаходження. Матричні рівняння. Ранг матриці та способи його обчислення	3
4.	Розв'язування СЛАР методом Гауса, матричним методом та формулами Крамера.	3
5.	Дослідження СЛАР за допомогою теореми Кронекера-Капеллі. СЛОР та їх дослідження. ФСР.	2
Змістовий модуль 2. Вектори		
1.	Вектори, лінійні дії над векторами. Системи координат на прямій, площині та у просторі.	2
2.	Розв'язування задач на знаходження та застосування скалярного, векторного, мішаного добутоків векторів.	4
Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія		
1.	Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.	2
2.	Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.	2
3.	Пряма лінія у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.	2
4.	Канонічні рівняння ліній другого порядку.	2
5.	Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат.	2
6.	Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди.	2
2 семестр		
Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми		

1.	Комплексні числа. Форми запису комплексних чисел. Формула Муавра. Застосування комплексних чисел	4
2.	Многочлени та дії над ними. Найбільший спільний дільник многочленів, алгоритми його знаходження.	2
3.	Схема Горнера та її застосування. Кратні корені многочлена.	2
4.	Основна теорема алгебри та наслідки з неї.	2
5.	Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.	2
6.	Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма.	2
7.	Зведення квадратичної форми до канонічного та нормального виглядів. Додатно означені квадратичні форми.	4
Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці		
1.	Лінійні простори. Зв'язок між базисами лінійного простору.	4
2.	Лінійні оператори у лінійних просторах. Власні вектори та власні значення ЛО.	4
3.	Евклідові простори. Процес ортогоналізації.	2
4.	Ортогональні оператори у евклідових просторах, їх властивості. Симетричні оператори у евклідових просторах, їх зв'язок з симетричними матрицями. Зведення квадратичних форм до головних осей.	2

3.5. Теми лабораторних занять (не передбачено)

3.6. Тематика індивідуальних завдань (не передбачено)

3.7. Самостійна робота (ІНДЗ)

Самостійна робота студентів складається з обов'язкових і вибіркового завдань. *Обов'язкова робота студентів:*

- опрацювання лекційного матеріалу;
- виконання самостійних і індивідуальних робіт;

Вибіркова робота студентів:

- опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
- виконання завдань підвищеного рівня складності.

№	Назва теми	кількість балів
Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри		
1.	Обчислення визначників n -го порядку методами: зведення до трикутної форми, рекурентних співвідношень, лінійних множників. Розклад визначника за елементами фіксованого рядка або стовпця. Теорема Лапласа. Визначники Вандермонда. Кососиметричні визначники. Програмування одного з методів.	2
2.	Обернена матриця та методи її знаходження. Матричні рівняння. Ранг матриці та способи його обчислення.	2
3.	Розв'язування СЛАР методом Гауса, матричним методом та формулами Крамера. Програмування одного з методів	2
4.	Дослідження СЛАР за допомогою теореми Кронекера-Капеллі. СЛОП та їх дослідження. Побудова ФСР.	2
Змістовий модуль 2. Вектори		

1.	Вектори, лінійні дії над векторами. Декартові системи координат на прямій, площині та у просторі. Полярна, циліндрична та сферична системи координат.	2
2.	Розв'язування задач на знаходження та застосування скалярного, векторного, подвоєного векторного та мішаного добутоків векторів.	2
Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія		
1.	Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.	2
2.	Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.	2
3.	Пряма лінія у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.	2
4.	Канонічні рівняння ліній другого порядку. Розв'язування задач.	2
5.	Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат. Програмування даного методу. (домашня контрольна робота)	2
6.	Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди. (презентація)	2
Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми		
1.	Комплексні числа. Форми запису комплексних чисел. Формула Муавра. Застосування комплексних чисел	2
2.	Многочлени та дії над ними. Схема Горнера та її застосування. Кратні корені многочлена.	2
3.	Основна теорема алгебри та наслідки з неї. Формули Вієта.	2
4.	Найбільший спільний дільник многочленів: алгоритми його знаходження, застосування алгоритму Евкліда.	2
5.	Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.	2
6.	Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма. Наближене обчислення коренів: метод хорд, метод дотичних.	2
7.	Зведення квадратичної форми до канонічного та нормального виглядів. Еквівалентність квадратичних форм. Розпадань квадратичних форм у добуток лінійних форм. Додатно означені квадратичні форми.	4
Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці		
1.	Лінійні простори. Зв'язок між базисами лінійного простору.	1
2.	Лінійні оператори у лінійних просторах. Власні вектори та власні значення ЛО.	2
3.	Евклідові простори. Процес ортогоналізації.	2
4.	Ортогональні оператори у евклідових просторах, їх властивості. Симетричні оператори у евклідових просторах, їх зв'язок з симетричними матрицями. Зведення квадратичних форм до головних осей.	2
5.	Зведення Λ -матриці до канонічного вигляду. Жорданова форма матриці. Мінімальний многочлен	2

4. Освітні технології, методи навчання і викладання навчальної дисципліни

У процесі вивчення навчальної дисципліни використовуються інноваційні освітні технології: інформаційно-комунікаційні, технології студентоцентрованого навчання; традиційні та інтерактивні форми і методи навчання, серед яких: вербальні (словесні), наочні, проблемно-пошукові, індуктивно-дедуктивні, лекція-візуалізація, проблемна лекція, аналіз і розв'язання ситуативних задач та ін.

5. Критерії та засоби оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного та підсумкового контролю знань. Об'єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час даних контролів.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацьовувати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно). Завданням підсумкового контролю є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв'язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань студентів здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи студентів, впродовж навчального семестру, оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні від 1 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються від 1 до 40 балів.

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

5.2. Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом

5.3. Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання з курсу є:

- самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- математичні диктанти;
- колоквіуми;
- тести.

6. Форми поточного та підсумкового контролю

До контрольних заходів з дисципліни належать: поточний та підсумковий контроль.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Він здійснюється у **формі** усного спілкування зі студентами, письмового та тестового контролю (математичні диктанти, усні відповіді, розв'язання завдань студентами біля дошки та на місцях, самостійні роботи, тести) і має за мету перевірку ступеня засвоєння певного навчального матеріалу, а також

рівня оволодіння вміннями та навичками. Контроль знань та вмінь студентів після вивчення певної частини (змістового модуля) навчальної дисципліни проводиться у **формі** модульної контрольної роботи, завдання якої дозволяють діагностувати якість знань, рівень сформованості вмінь і навичок за змістом модуля згідно вимог робочої програми дисципліни.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей. **Форма підсумкового контролю** з алгебри і геометрії – екзамен.

7. Рекомендована література

7.1. Фахова (основна)

1. Городецький В.В., Колісник Р.С., Сікора В.С. Лінійна алгебра в теоремах і задачах. Частина друга: Навчальний посібник.— Чернівці, 2023.— 252 с.
2. Мартинюк О.В., Колісник, Р.С. Вибрані питання алгебри та початків аналізу. Навч. посібник. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2022. – 192 с.
3. Основи аналітичної геометрії в теоремах і задачах / навч. посіб.: В.В. Городецький, С.Б. Боднарук, Ж.І. Довгей, В.С. Лучко. – Чернівці: – Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2020. – 384 с.
4. Городецький В.В., Колісник Р.С., Сікора В.С. Курс лінійної алгебри в теоремах і задачах. Частина перша: Навчальний посібник. Видання 3-є, стереотипне. –Чернівці, 2018. – 336с.
5. Городецький В.В., Боднарук С.Б. Алгебра та геометрія в теоремах і задачах: навч. Посібник. – Част. I. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2009. – 336с.
6. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри.— К.: Рад. шк., 1964.– 511с.
7. Фаддєєв Д.К., Сомінський І.С. Збірник задач з вищої алгебри.— К.: Вища школа, 1971.— 316 с.
8. Чарін В.С. Лінійна алгебра. – К. :Техніка,2004. – 416 с.
9. Колісник Р. С., Сікора В. С., Шевчук Н. М. Лінійна алгебра в теоремах і задачах. Частина перша: Навч. посібник.– Чернівці: Книги – XXI,2010.–292 с.

7.2. Допоміжна

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. Навч. посібник. – К. : А.С.К., 2001. – 648с.
2. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилав В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 1. – К. : Вища школа, 1983. – 232 с.
3. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилав В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2. – К. : Вища школа, 1986. – 264 с.
4. Вища математика: Збірник задач : Навч. посібник /За ред В.П.Дубовика, І.І.Юрика. – К.:А.С.К., 2001. – 648 с.
5. Домбровський Р.Ф., Овчар М.С., Похила М.М, Шадний В.С. Практичні заняття з аналітичної геометрії. Навчальний посібник . – Чернівці: ЧДУ Рута, 1997. – 98 с.

8. Інформаційні ресурси

1. Електронні курси «Алгебра і геометрія (1 семестр)» <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=2371> та «Алгебра і геометрія (2 семестр)» <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=86>
2. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>

Додатково
(для контролю та самоконтролю роботи студента)
Розподіл балів, які отримують студенти
1 семестр

Поточний контроль														Підсумковий контроль (екзамен)	Сумар на к-ть балів
Змістовий модуль 1 (20 балів)						Змістовий модуль 2 (10 балів)		Змістовий модуль 3 (30 балів)						40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T1	T2	T1	T2	T3	T4	T5	T6		
2	4	4	2	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5		

2 семестр

Поточний контроль												Підсумковий контроль (екзамен)	Сумар на к-ть балів
Змістовий модуль 4 (30 балів)						Змістовий модуль 5 (30 балів)						40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T1	T2	T3	T4	T5			
5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6			