

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та інформатики

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

Алгебра і теорія чисел

Дисципліна обов'язкова

Освітньо-професійна програма: «Математика»

Спеціальність: 111 «Математика»

Галузь знань: 11 «Математика та статистика»

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Факультет математики та інформатики

Мова навчання: українська

Розробник: Сікора Віра Степанівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри алгебри та інформатики

Профайл викладача:

[https://algebra-new.fmi.org.ua/pro-kafedru/spivrobotnyky/sikora-vira-stepanivna/Sikora_Vira_Stepanivna_\(google.com\)](https://algebra-new.fmi.org.ua/pro-kafedru/spivrobotnyky/sikora-vira-stepanivna/Sikora_Vira_Stepanivna_(google.com))

Контактний телефон: 050-618-61-58

E-mail: v.sikora@chnu.edu.ua

Посилання на освітній контент:

В Google Classroom:

[2021-22 н.р. Алгебра і ТЧ Теорія чисел \(google.com\)](#)

[2021-22 н.р. Алгебра і ТЧ Абстрактна алгебра \(google.com\)](#)

На Moodle:

[Курс: Алгебра і теорія чисел \(Теорія Чисел\) \(chnu.edu.ua\)](#)

[Курс: Алгебра і теорія чисел \(абстрактна алгебра\) \(chnu.edu.ua\)](#)

Графік консультацій: щочетверга, з 14:00 до 15:00

очно: І корпус, ауд. 23

дистанційно: <https://meet.google.com/gso-yghq-wka>

АНОТАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. Навчальна дисципліна “Алгебра і теорія чисел” є однією із фундаментальних математичних дисциплін при підготовці бакалаврів за освітніми програмами «Математика» та «Математика та інформатика». Знання, які студент повинен отримати в результаті вивчення даного курсу, відіграватимуть важливу роль у процесі його подальшого навчання в університеті; вони закладають основи для вивчення інших загальнотеоретичних та спеціальних дисциплін.

МЕТА ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ полягає в опануванні студентом принципів сучасної алгебри, розуміння її місця в загальній системі математичних знань, зокрема, взаємозв'язків з теорією чисел та абстрактною алгеброю та вміння застосовувати отримані знання на практиці. Для досягнення мети передбачається **вивчення** таких основних розділів: теорія подільності цілих чисел; найважливіші числові функції, що зустрічаються в теорії чисел; класи за даним модулем; порівняння і класи лишків; порівняння з невідомою величиною; степеневі лишки; алгебраїчні та трансцендентні числа; множини з дією, елементи теорії груп; основи теорії кілець та полів.

ЗАВДАННЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ: навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та позначеннями з теорії чисел та теорії груп, кілець та полів; розв'язувати завдання з використанням отриманих знань; підготувати студентів до використання набутих знань в подальших навчальних курсах з математики, сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

ПРЕРЕКВІЗИТИ – для підвищення ефективності засвоєння курсу здобувач вищої освіти має знати основні означення та властивості зі шкільної арифметики та вміти застосовувати набуті на попередньому курсі знання з Лінійної алгебри, Аналітичної геометрії та Математичного аналізу.

РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ. У результаті вивчення дисципліни студент повинен отримати такі **компетентності** (відповідно до ОПП):

Загальні компетентності (ЗК):

- ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
- ЗК-7. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.
- ЗК-12. Здатність працювати автономно.
- ЗК-13. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Фахові компетентності (ФК):

- ФК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
- ФК-2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

- ФК-3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.
- ФК-4. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.
- ФК-5. Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.
- ФК-6. Здатність до кількісного мислення.
- ФК-7. Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси.
- ФК-8. Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.
- ФК-9. Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей.
- ФК-10. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.
- ФК-11. Здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час підрахунків.
- ФК-13. Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків.;
- ФК-14. Готовність розв'язувати нові проблеми у нових галузях.

Після успішного завершення курсу «алгебра і теорія чисел» студент повинен продемонструвати заплановані знання, уміння, здатності (**програмні результати навчання (ПРН)**, відповідно до ОПП):

- ПРН-3-1. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці, описувати нерозв'язані математичні задачі.
- ПРН-3-3. Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.
- ПРН-3-4. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.
- ПРН-3-6. Знати методи математичного моделювання природничих та/ або соціальних процесів.
- ПРН-3-7. Володіти основними математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, базовими математичними способами інтерпретації числових даних та основними принципами функціонування природничих процесів.
- ПРН-У-1. Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефакхівців у галузі математики.
- ПРН-У-5. Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.
- ПРН-У-6. Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.
- ПРН-У-9. Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- ПРН-У-15. Розв'язувати типові задачі алгебри за допомогою чисельних методів.

Зокрема, після вивчення даного предмету студент повинен **знати**: основні поняття та твердження з програмного матеріалу (основні поняття торії подільності цілих чисел; найважливіші числові функції, що зустрічаються в теорії чисел; класи за даним модулем; порівняння і класи лишків; порівняння з невідомою величиною; степеневі лишки; алгебраїчні та трансцендентні числа; основні поняття та твердження з теорії груп, кілець та полів); **вміти**: розпізнавати вказані алгебраїчні структури, перевіряти їх стандартні

властивості, використовувати вивчений теоретичний матеріал при розв'язуванні конкретних задач. *Навички*, які студент повинен одержати в результаті вивчення курсу лінійної алгебри, відіграватимуть важливу роль у процесі його подальшого навчання у вузі; вони є основою для вивчення загальнотеоретичних і спеціальних дисциплін.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ:

АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ Спеціальність 111 «Математика»

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	2	3	4	120	30	30	-	-	60	-	екзамен
		4	4	120	30	30	-	-	60	-	залік

ДИДАКТИЧНА КАРТА ДИСЦИПЛІНИ

ІІІ СЕМЕСТР

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин			
	Денна форма			
	усього	у тому числі		
		л	пр	с.р.
Змістовий модуль 1. «Теорія подільності цілих чисел. Числові функції»				
ТЕМА 1.1. Вступ до теорії чисел. Принцип математичної індукції. Подільність цілих чисел	12	3	3	6
ТЕМА 1.2. Прості й складені числа. Решето Ератосфена. Канонічне задання натуральних чисел	8	2	2	4
ТЕМА 1.3. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Найменше спільне кратне	16	4	4	8
Контрольна робота № 1 — 7 балів				
ТЕМА 1.4. Лінійні діофантові рівняння від двох змінних	12	3	3	6
ТЕМА 1.5. Раціональні числа та скінченні ланцюгові дроби	12	3	3	6
ТЕМА 1.6. Мультиплікативні функції	8	2	2	4
Контрольна робота № 2 – 8 балів				
Теоретичне опитування № 1 – 15 балів				
Разом за змістовим модулем 1	68	17	17	34

Змістовий модуль 2. «Числові конгруенції. Конгруенції зі змінною»				
ТЕМА 2.1. Класи за даним модулем. Числові конгруенції та класи лишків.	8	2	2	4
ТЕМА 2.2. Конгруенція з одним невідомим, поняття розв'язку.	8	2	2	4
ТЕМА 2.3. Конгруенції за складеним модулем.	8	2	2	4
Контрольна робота № 3 — 8 балів				
ТЕМА 2.4. Конгруенції за простим модулем.	8	2	2	4
ТЕМА 2.5. Конгруенції другого степеня.	8	2	2	4
ТЕМА 2.6. Символи Лежандра та Якобі	4	1	1	2
ТЕМА 2.7. Степеневі лишки. Алгебраїчні та трансцендентні числа	8	2	2	4
Контрольна робота № 4 – 7 балів				
Теоретичне опитування № 2 – 15 балів				
Разом за змістовим модулем 2	52	13	13	26
Разом за III СЕМЕСТР	120	30	30	60

IV СЕМЕСТР

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин			
	Денна форма			
	усього	у тому числі		
		л	пр	с.р.
Змістовий модуль 3. «Множини з дією. Основи теорії груп»				
ТЕМА 3.1. Алгебраїчні дії, їх власт.	8	2	2	4
ТЕМА 3.2. Множини з дією: групоїд, напівгрупа, моноїд група. Ізоморфізм множин із дією.	8	2	2	4
ТЕМА 3.3. Поняття степеня та порядку елемента.	8	2	2	4
ТЕМА 3.4. Підгрупа. Циклічна підгрупа.	8	2	2	4
ТЕМА 3.5. Циклічна група. Система твірних групи.	8	2	2	4
Контрольна робота № 5 — 7 балів				
ТЕМА 3.6. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа.	8	2	2	4
ТЕМА 3.7. Ізоморфне зображення груп підстановками і матрицями. Теорема Келі.	8	2	2	4
ТЕМА 3.8. Нормальний дільник і фактор-група.	8	2	2	4
ТЕМА 3.9. Гомоморфізм, автоморфізм та мономорфізми груп. Теорема про гомоморфізм.	8	2	2	4
ТЕМА 3.10. Прямий добуток груп. Розклад групи на прямий добуток груп.	8	2	2	4

Контрольна робота № 6 – 8 балів				
Теоретичне опитування № 3 – 15 балів				
Разом за змістовим модулем 3	80	20	20	40
Змістовий модуль 4. «Основи теорії кілець та полів»				
ТЕМА 4.1. Кільце, підкільце, ідеал.	8	2	2	4
ТЕМА 4.2. Ізоморфізм кілець.	8	2	2	4
ТЕМА 4.3. Кільце цілісності. Кільце з одиницею. Оборотні елементи кільця.	8	2	2	4
Контрольна робота № 7 — 7 балів				
ТЕМА 4.4. Поле, підполе, характеристика поля. Розширення поля. Ізоморфізм полів.	8	2	2	4
ТЕМА 4.5. Алгебра над полем.	8	2	2	4
Контрольна робота № 8 – 8 балів				
Теоретичне опитування № 4 – 15 балів				
Разом за змістовим модулем 3	40	10	10	20
Разом за IV СЕМЕСТР	120	30	30	60

ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

№ п/п	Назва теми
1.	Ознаки подільності: загальна теорема про ознаки подільності.
2.	Числа-близнюки, число Шехерезади, цікаві теореми з теорії натуральних чисел.
3.	Ціла та дробова частина дійсного числа – застосування. Побудова графіків з цілою та дробовою частинами.
4.	Системи лінійних діофантових рівнянь.
5.	Діофантові рівняння вищих степенів.
6.	Відображення множин; рівність відображень; образ; ін'єктивне, сюр'єктивне, бієктивне відображення. Властивості відображень. Перетворення множини та його властивості.
7.	Підстановки; симетрична група, група підстановок деякої множини; носій підстановки; незалежні підстановки; скінченні та нескінченні цикли, транспозиції; цикловий тип. Спряжені підстановки та їх властивості. Деякі властивості підстановок. Лема про стандартні транспозиції.
8.	Означення та деякі властивості знакозмінної групи. Системи твірних знакозмінної групи.
9.	Окремі класичні властивості нормальних підгруп нескінченної симетричної групи

Студент може (за бажанням) обрати для себе індивідуальне завдання із наведеного переліку. За вказаною темою потрібно підготувати інформацію, оформивши її у вигляді реферата. За оформлення реферата студент може отримати до 5 балів та ще до 5 балів за його захист — разом 10 балів.

САМОСТІЙНА РОБОТА

Під самостійною роботою студентів мається на увазі: підготовка до лекційних та практичних занять (вивчення теоретичного матеріалу, розглянутого на попередніх лекціях); виконання домашніх завдань; самостійне доведення окремих тверджень, сформульованих на лекції; підготовка до самостійних, контрольних робіт та колоквиумів; розв'язування завдань різного рівня складності.

Самостійна робота студентів складається з обов'язкових і вибіркового завдань:

Обов'язкова робота студентів:

- опрацювання лекційного матеріалу;
- виконання самостійних та індивідуальних робіт.

Вибіркова робота студентів:

- опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
- виконання індивідуальних завдань підвищеного рівня складності.

СИСТЕМА КОНТРОЛЮ ТА ОЦІНЮВАННЯ

Види та форми контролю

Формами поточного контролю є письмові контрольні роботи та теоретичні опитування (в письмовій формі з подальшим усним захистом роботи).

Формами підсумкового контролю є екзамен в третьому семестрі та залік в четвертому семестрі.

Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

- ✓ відповіді під час занять;
- ✓ контрольні роботи;
- ✓ теоретичні опитування;
- ✓ усне опитування

ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

До контрольних заходів з дисципліни належать: поточний, модульний та підсумковий контролю.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Він здійснюється у *формі* усного спілкування зі студентами, письмового та тестового контролю (математичні диктанти, усні відповіді, розв'язання завдань студентами біля дошки та на місцях, самостійні роботи, тести) і має за мету перевірку ступеня засвоєння певного навчального матеріалу, а також рівня оволодіння вміннями та навичками. Оцінювання роботи на практичних заняттях, індивідуальної та самостійної роботи здійснюється за шкалою від «0» до «5» балів.

Модульний контроль – це контроль знань та вмінь студентів після вивчення певної частини (змістового модуля) навчальної дисципліни. Даний контроль проводиться у *формі* модульної контрольної роботи, завдання якої дозволяють діагностувати якість знань, рівень сформованості вмінь і навичок за змістом модуля згідно вимог робочої програми дисципліни. Проводиться контроль за розкладом, затвердженим деканом факультету. До

модульного контролю допускаються всі студенти. Результати модульного контролю фіксуються у відповідній графі академічного журналу та мають бути внесені до відомості обліку успішності здобувачів вищої освіти. Оцінка з модульного контролю не перескладається. У випадку відсутності студента на модульному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, деканатом складається додатковий розклад.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей.

Форма підсумкового контролю з алгебри і теорії чисел: екзамен в III семестрі, залік в IV семестрі.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю знань. Об'єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час вказаних етапів контролю. Сумарний максимальний бал за ці види робіт (60 балів) доповнюється 40 балами за іспит.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт чи тестування. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацювати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно).

Завданням підсумкового контролю (екзамену в III семестрі та заліку в IV-му) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв'язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання. Іспит (залік) з курсу «Алгебра і теорія чисел» є семестровим контролем знань студентів і охоплює всі теми, які вивчалися протягом семестру. Іспит (залік) проводиться у письмово-усній формі.

Письмова частина включає самостійну роботу студентів над завданнями екзаменаційного (залікового) білету. Для отримання найвищої оцінки за кожне завдання відповідь має бути максимально розгорнутою. Тривалість роботи над письмовою частиною іспиту (заліку) складає 1 год 30 хв. Під час проведення іспиту (заліку) забороняється використовувати будь-які допоміжні засоби (калькулятори, конспекти, підручники, посібники, інтернет-ресурси тощо), мобільні телефони повинні бути вимкнені. Студенти, які помічені у списуванні або використанні допоміжних засобів, можуть бути відсторонені екзаменатором від подальшого складання іспиту (заліку) та отримують оцінку «незадовільно». Усна частина іспиту (заліку) проходить у формі діалогу між студентом та екзаменатором і включає відповіді студента на питання у межах програми курсу. Остаточна оцінка за кожне завдання виставляється після усної частини іспиту (заліку).

Екзаменаційна (залікова) робота оцінюється в 40 балів.

РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ СТУДЕНТИ

3 семестр

Модульний контроль	Практика	Теорія	ВСЬОГО
МОДУЛЬ 1	КР № 1 — 7 балів КР № 2 — 8 балів	ТО № 1 – 15 балів	30 балів
МОДУЛЬ 2	КР № 3 — 8 балів КР № 4 — 7 балів	ТО № 2 – 15 балів	30 балів
Іспит	20 балів	20 балів	40 балів
РАЗОМ ЗА 3-й семестр:			100 балів

4 семестр

Модульний контроль:	Практика	Теорія	ВСЬОГО
МОДУЛЬ 4	КР № 5 — 7 балів КР № 6 — 8 балів	ТО № 3 – 15 балів	30 балів
МОДУЛЬ 5	КР № 7 — 7 балів КР № 8 — 8 балів	ТО № 4 – 15 балів	30 балів
Залік	20 балів	20 балів	40 балів
РАЗОМ ЗА 4-й семестр:			100 балів

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS		
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою (іспит)	Пояснення за розширеною шкалою (залік)
Відмінно	A (90-100)	відмінно	зараховано
Добре	B (80-89)	дуже добре	
	C (70-79)	добре	
Задовільно	D (60-69)	задовільно	
	E (50-59)	достатньо	
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання	незараховано
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом	

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова (основна)

1. Бородін О. І. Теорія чисел.— К.: Вища школа, 1970.— 274 с.
2. Завало С. Т., Левіщенко С. С., Пилаєв В. В., Рокицький І. О. Алгебра і теорія чисел. Практикум в 2-х частинах.— К.: Вища школа, 1986.— Част. 1.— 264 с.
3. Морокішко Є. П. Збірник задач і вправ з теорії чисел: Навч. посібник.— К.: Вища школа, 1996.— 158 с.

Допоміжна

4. Бухштаб А.А. Теория чисел.— М.: Просвещение, 1966.— 376 с.
5. Виноградов И. М. Основы теории чисел.— М.: Наука, 1981.— 176 с.
6. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел.— М.: Просвещение, 1964.— 144 с.
7. Завало С.Т., Костарчук В.Н., Хацет Б.И. Алгебра и теория чисел.— К.: Вища школа, 1977.
8. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г. Елементи теорії чисел: Навч. посібник.— К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2003.

Інформаційні ресурси

1. Електронний курс «Теорія чисел», розміщений в університетській мережі
2. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>
3. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
4. Фізико-математична бібліотека <http://ftp.kinetics.nsc.ru/chichinin/pmlc.htm>
5. DjVu Library Математична бібліотека <http://djvu-lib.narod.ru/index-all.htm>