

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та інформатики

Декан



“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
проф. Мартинюк О.В.

“ 12 ” серпень 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА  
навчальної дисципліни

## Диференціальна геометрія

обов'язкова

Освітньо-професійна програма:

«Математика»

Спеціальність:

111 «Математика»

Галузь знань:

11 «Математика та статистика»

Рівень вищої освіти перший бакалаврський

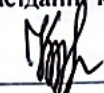
Факультет математики та інформатики

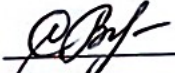
Мова навчання українська


Чернівці 2024 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Математика», затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, протокол №7 від 30 червня 2022 року

Розробники: *Колісник Р.С., кандидат фізико-математичних наук, доцент*  
*Мироник В.І., кандидат фізико-математичних наук, доцент*

Погоджено з гарантом ОП і затверджено на засіданні кафедри алгебри та інформатики протокол № 11 від 25 червня 2024 року  
Завідувач кафедри алгебри та інформатики  доц. Руслана КОЛІСНИК

Схвалено Методичною радою факультету математики та інформатики Протокол № 11 від 25 червня 2024 року  
Голова методичної ради факультету математики та інформатики  доц. Віра СІКОРА

Затверджено Вченою радою факультету математики та інформатики Протокол № 1 від 12 серпня 2024 року  
Голова Вченої ради факультету математики та інформатики  проф. Ольга МАРТИНІУК

© Мироник В.І., 2024 р.

© Факультет математики та інформатики, 2024 р.

**1. Мета навчальної дисципліни:** забезпечити ґрунтовне засвоєння теоретичного матеріалу; сприяти формуванню навичок у застосуванні теоретичних знань до доведень теорем та розв'язування задач різного ступеня складності; правильному використанню основних методів, тверджень та властивостей при розв'язуванні задач.

**Завдання дисципліни** – досягти ґрунтового засвоєння теоретичних і практичних розділів курсу диференціальної геометрії, навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями, розв'язувати практичні завдання з використанням отриманих знань з теорії кривих і поверхонь у тривимірному евклідовому просторі та тензорного числення.

Для підвищення ефективності засвоєння курсу «Диференціальна геометрія» здобувач вищої освіти має вивчити такі дисципліни: «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Лінійна алгебра», «Диференціальні рівняння».

## **2. Результати навчання.**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

### **знати:**

- основи теорій кривих та поверхонь у евклідовому просторі,
- елементи тензорного числення.

### **вміти:**

- задавати криву та поверхню різними способами;
- знаходити елементи тригранника Френе кривої;
- знаходити кривину та скрут кривої в заданій точці;
- знаходити першу та другу квадратичну форми поверхні та використовувати їх до розв'язування задач;
- обчислювати повну та середню кривини поверхні.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються наступні

### **загальні компетентності:**

- ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
- ЗК-7. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.

### **фахові компетентності:**

- ФК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
- ФК-2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.
- ФК-3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.
- ФК-4. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.
- ФК-5. Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.
- ФК-6. Здатність до кількісного мислення.
- ФК-7. Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси.
- ФК-8. Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.
- ФК-9. Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей.

ФК-10. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

ФК-11. Здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час підрахунків.

ФК-13. Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків.;

ФК-14. Готовність розв'язувати нові проблеми у нових галузях.

#### **та отримуються наступні програмні результати навчання:**

ПРН-3-1. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці, описувати нерозв'язані математичні задачі.

ПРН-3-3. Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

ПРН-3-4. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

ПРН-3-6. Знати методи математичного моделювання природничих та/ або соціальних процесів.

ПРН-3-7. Володіти основними математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, базовими математичними способами інтерпретації числових даних та основними принципами функціонування природничих процесів.

ПРН-У-1. Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефакхівців у галузі математики.

ПРН-У-5. Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

ПРН-У-6. Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.

ПРН-У-7. Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

ПРН-У-8. Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач.

ПРН-У-9. Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

ПРН-У-10. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

ПРН-У-11. Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.

ПРН-У-12. Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної.

ПРН-У-13. Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

ПРН-У-14. Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.

ПРН-У-15. Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.

### **3. Опис навчальної дисципліни**

### 3.1. Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	3	5	5	150	30	30	-	-	90	-	екзамен

### 3.2. Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7
<b>Змістовий модуль 1. Лінії в Е3</b>						
<b>Тема 1.</b> Означення вектор-функції скалярного аргументу. Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора	<b>10</b>					
		2	2	-	-	6
<b>Тема 2.</b> Звичайні точки лінії та точки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки	<b>12</b>					
		2	2	-	-	8
<b>Тема 3.</b> Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній	<b>10</b>					
		2	2	-	-	6
<b>Тема 4.</b> Довжина дуги лінії. Кривина лінії	<b>10</b>					
		2	2	-	-	6
<b>Тема 5.</b> Скрут лінії. Тригранник Френе. Формули Френе	<b>14</b>					
		2	2	-	-	10
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>56</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	-	-	<b>36</b>

<b>Змістовий модуль 2. Поверхні в Е3</b>						
<b>Тема 1.</b> Поверхня як годограф вектор-функції двох скалярних аргументів	10	2	2	-	-	6
<b>Тема 2.</b> Дотична площина і нормаль	10	2	2	-	-	6
<b>Тема 3.</b> Перша квадратична форма поверхні	16	4	4	-	-	8
<b>Тема 4.</b> Друга квадратична форма поверхні	16	4	4	-	-	8
<b>Тема 5.</b> Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні	12	2	2	-	-	8
<b>Тема 6.</b> Асимптотичні напрями на поверхні	10	2	2	-	-	6

Тема 7. Головні напрями на поверхні.	10	2	2	-	-	6
Тема 8. Головні кривини на поверхні	10	2	2	-	-	6
Разом за змістовим модулем 2	94	20	20	-	-	54
Усього годин	150	30	30	-	-	90

### 3.3. Теми семінарських занять (не передбачено)

### 3.4. Теми практичних занять

№	Назва теми
<b>Змістовий модуль 1. Лінії в Ез</b>	
1.	Означення вектор-функції скалярного аргументу. Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора
2.	Звичайні точки лінії та точки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки
3.	Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній
4.	Довжина дуги лінії.
5.	Кривина лінії. Скрут лінії.
6.	Тригранник Френе. Формули Френе та їх застосування
<b>Змістовий модуль 2. Поверхні в Ез</b>	
1.	Поверхня як годограф вектор-функції двох скалярних аргументів
2.	Дотична площина і нормаль поверхні
3.	Перша квадратична форма поверхні та її застосування
4.	Друга квадратична форма поверхні та її застосування
5.	Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні
6.	Асимптотичні напрями на поверхні
7.	Головні напрями на поверхні.
8.	Головні кривини на поверхні

### 3.5. Теми лабораторних занять (не передбачено)

### 3.6. Тематика індивідуальних завдань (не передбачено)

### 3.7. Самостійна робота студента (ІНДЗ)

Самостійна робота студентів складається з обов'язкових і вибіркових завдань.

*Обов'язкова робота студентів:*

- опрацювання лекційного матеріалу;
- виконання самостійних і індивідуальних робіт.

*Вибіркова робота студентів:*

- опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
- виконання завдань підвищеного рівня складності.

№	Назва теми
<b>Змістовий модуль 1. Лінії в Ез</b>	
1.	Означення вектор-функції скалярного аргументу. Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора
2.	Звичайні точки лінії та точки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки
3.	Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній
4.	Довжина дуги лінії. Кривина лінії
5.	Скрут лінії. Тригранник Френе. Формули Френе

<b>Змістовий модуль 2. Поверхні в E<sub>3</sub></b>	
1.	Поверхня як годограф вектор–функції двох скалярних аргументів. Способи задання
2.	Дотична площина і нормаль до поверхні. Їх рівняння
3.	Перша квадратична форма поверхні. Довжина дуги кривої, площа області, кут між лініями на поверхні
4.	Друга квадратична форма поверхні та її застосування
5.	Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні
6.	Асимптотичні напрями на поверхні
7.	Головні напрями на поверхні.
8.	Тензори на векторному просторі
9.	Класи тензорів

#### **4. Освітні технології, методи навчання і викладання навчальної дисципліни**

У процесі вивчення навчальної дисципліни використовуються інноваційні освітні технології: інформаційно-комунікаційні, технології студентоцентрованого навчання; традиційні та інтерактивні форми і методи навчання, серед яких: вербальні (словесні), наочні, проблемно-пошукові, індуктивно-дедуктивні, лекція-візуалізація, проблемна лекція, аналіз і розв'язання ситуативних задач та ін.

#### **5. Критерії та засоби оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни**

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного та підсумкового контролю знань. Об'єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час даних контролів.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацювати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно). Завданням підсумкового контролю є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв'язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань студентів здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи студентів, впродовж навчального семестру, оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні від 1 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються від 1 до 40 балів.

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

#### **1.2. Шкала оцінювання: національна та ECTS**

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
<b>Відмінно</b>	A (90-100)	відмінно
<b>Добре</b>	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
<b>Задовільно</b>	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
<b>Незадовільно</b>	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання



	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом
--	----------	--

### 1.3. Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання з курсу є:

- самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- математичні диктанти;
- колоквиуми;
- тести.

### 6. Форми поточного та підсумкового контролю

До контрольних заходів з дисципліни належать: поточний та підсумковий контроль.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Він здійснюється у **формі** усного спілкування зі студентами, письмового та тестового контролю (математичні диктанти, усні відповіді, розв'язання завдань студентами біля дошки та на місцях, самостійні роботи, тести) і має за мету перевірку ступеня засвоєння певного навчального матеріалу, а також рівня оволодіння вміннями та навичками. Контроль знань та вмінь студентів після вивчення певної частини (змістового модуля) навчальної дисципліни проводиться у **формі** модульної контрольної роботи, завдання якої дозволяють діагностувати якість знань, рівень сформованості вмінь і навичок за змістом модуля згідно вимог робочої програми дисципліни.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей. **Форма підсумкового контролю** з диференціальної геометрії – екзамен.

## 7. Рекомендована література

### 7.1. Базова (основна)

1. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія. – К.: Вища школа, 1973. – 276с.
2. Городецький В. В., Мартинюк О. В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 2006. – 400с.
3. Городецький В. В., Мартинюк О. В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник. – Чернівці: Книги – XXI, 2009. – 400с.
4. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник. – Чернівці: Золоті литаври, 2013. – 396 с. (з грифом МОНУ)

### 7.2. Допоміжна

1. Теплінський Ю .В. Лекції з диференціальної геометрії. – Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, 1999. – 148с.

## 8. Інформаційні ресурси

1. Електронний курс «Диференціальна геометрія»  
<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=575>
2. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>
3. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
4. Фізико-математична бібліотека <http://ftp.kinetics.nsc.ru/chichinin/pmlc.htm>
5. DjVu Library Математична бібліотека <http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html>

### Додатково

(для контролю та самоконтролю роботи студента)

**Розподіл балів, які отримують студенти**



