

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та інформатики



Декан

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

проф. Мартинюк О.В.

12 серпня 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА

навчальної дисципліни

Штучні методи розв'язування рівнянь і нерівностей елементарної математики

(вказати назву навчальної дисципліни (іноземною, якщо дисципліна викладається іноземною мовою))

Вибіркова

(вказати: обов'язкова)

Освітньо-професійна програма «Математика та інформатика»

(назва програми)

Спеціальність 014.04 Середня освіта (Математика)

(вказати: код, назва)

Галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти Перший бакалаврський

(вказати: перший (бакалаврський)/другий (магістерський)/третій (освітньо-науковий))

Факультет математики та інформатики

(назва факультету, інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на яких мовах читається дисципліна)

Чернівці 2024 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «**Штучні методи розв'язування рівнянь і нерівностей елементарної математики**» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Математика та інформатика» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, 014.4 Середня освіта (назва освітньо-професійної програми, код та назва спеціальності, галузь знань: шифр та назва) (математика), 01 Освіта/Педагогіка затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (Протокол № 8 від «27» травня 2024 року).

Розробники: Житарюк І.В., професор кафедри алгебри та інформатики, кандидат фізико-математичних наук, доктор історичних наук, професор
(П.І.Б. авторів, посада, науковий ступінь, вчене звання)

Погоджено з гарантом ОП і затверджено на засіданні кафедри алгебри та інформатики

Протокол № 11 від 25 червня 2024 року

Завідувач кафедри алгебри та інформатики



Руслана КОЛІСНИК

Схвалено Методичною радою факультету математики та інформатики

Протокол № 11 від 25 червня 2024 року

Голова методичної ради факультету математики та інформатики



Віра СІКОРА

Затверджено Вченою радою факультету математики та інформатики

Протокол № 1 від 12 серпня 2024 року

Голова Вченої ради факультету математики та інформатики



Ольга МАРТИНЮК

© _____, 20__ рік
© _____, 20__ рік

1. Мета навчальної дисципліни: забезпечити ґрунтовне засвоєння теоретичного матеріалу на теоретико-методологічному і практичному рівні, прищепити навички застосування нестандартних (штучних) методів міркувань при розв'язуванні задач, сприяти формуванню системи знань у майбутніх математиків, вчителів математики щодо нестандартних (штучних) методів розв'язування рівнянь і нерівностей та вмінь їх використання при викладанні математики у закладах освіти.

2. У результаті вивчення навчальної дисципліни студент має набутти таких компетентностей:

- здатності до застосування знань у практичних ситуаціях (ЗК-2);
- здатності учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-6);
- здатності перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмету (ФК-3);
- здатності розв'язувати задачі шкільних курсів математики та інформатики різного рівня складності, аналізувати та оцінювати ефективність розв'язку та формувати відповідні вміння в учнів (ФК-16);
- *демонструвати* знання фундаментальної математики і *застосовувати* класичні та сучасні методи математики для досягнення інших результатів освітньої програми (ПРН13);
- *називати, класифікувати і аналізувати* задачі шкільних курсів математики, інформатики та інформаційних технологій різних рівнів складності, *демонструвати* здатність їх розв'язувати (ПРН14);
- *вибирати* математичні методи розв'язування задач, *враховувати* умови виконання математичних тверджень, коректно *проектувати* умови та твердження на нові класи об'єктів (ПРН15);

знати: основні теоретичні поняття курсу, нетрадиційні (штучні) способи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь і нерівностей елементарної математики.

вміти: застосовувати нетрадиційні (штучні) методи міркувань при розв'язуванні алгебраїчних і трансцендентних рівнянь і нерівностей на практиці, при підготовці учнів до олімпіад та турнірів з математики.

3. Опис навчальної дисципліни

3.1. Загальна інформація

Назва навчальної дисципліни «Штучні методи розв'язування рівнянь і нерівностей елементарної математики»												
Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість			Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	Змістових модулів	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	2,3	4,6	4	120	2	30	30			60		іспит
Заочна	2,3	4,6	4	120	2	8	10			102		іспит

3.2. Дидактична карта навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин										
	Денна форма						Заочна форма				
	усього						усього				
	л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Теми лекційних занять	Змістовий модуль 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ШТУЧНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ											
Тема 1. Теоретичні рівнянь і нерівностей та їх систем (визначення рівнянь і нерівностей та їх систем, приклади; класифікація рівнянь і нерівностей та їх систем; основи чисельного аналізу).	20	6	6			8	20	1	1			18
Тема 2. Огляд штучних методів розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем (штучні методи: визначення та класифікація; Порівняння з традиційними та нестандартними методами; алгоритми і евристики в математиці; огляд сучасних комп'ютерних інструментів для розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем штучними методами).	14	3	3			8	12	1	1			10
Тема 3. Методи із застосуванням графіків (побудова графіків функцій; геометрична інтерпретація рівнянь і нерівностей; Використання програмних засобів для графічного аналізу).	20	6	6			8	25	1	2			22
Тема 4. Основні аналітичні штучні методи (теоретичні основи аналітичних штучних методів; метод проб і помилок; інтервальний метод; розбиття на підзадачі; використання допоміжних рівнянь).	14	3	3			8	12	1	1			10
Разом за ЗМ1	68	18	18			32	69	4	5			60
Теми лекційних занять	Змістовий модуль 2. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ І ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ, НЕРІВНОСТЕЙ ТА ЇХ СИСТЕМ ШТУЧНИМИ МЕТОДАМИ											
Тема 5. Алгебраїчні рівняння та їх системи	13	3	3			7	12	1	1			10

(цілі раціональні, дробово-раціональні, ірраціональні).												
Тема 6. Алгебраїчні нерівності та їх системи (цілі раціональні, дробово-раціональні, ірраціональні).	13	3	3			7	12	1	1			10
Тема 7. Трансцендентні рівняння та їх системи (показникові, логарифмічні, трансцендентні).	13	3	3			7	13	1	1			11
Тема 8. Трансцендентні нерівності та їх системи (показникові, логарифмічні, трансцендентні).	13	3	3			7	14	1	2			11
Разом за ЗМ 2	52	12	12			28	51	4	5			42
Усього годин	120	30	30			60	120	8	10			102

3.3. Зміст завдань для самостійної роботи

№	Назва теми
1.	Числові нерівності, основні властивості.
2.	Рівняння і нерівності: основні поняття. Класифікація рівнянь.
3.	Рівносильність рівнянь і нерівностей.
4.	Основні методи розв'язування рівнянь і нерівностей.
5.	Суперпозиція функцій.
6.	Взаємно обернені функції, їх властивості.
7.	Пропорція, похідні пропорції.
8.	Границя послідовності та її властивості.
9.	Вектори, дії над векторами.
10.	Планіметрія: багатокутники, класифікація, основні властивості.

* ІНДЗ – для змістового модуля, або в цілому для навчальної дисципліни за рішенням кафедри (викладача).

3.4. Тематика практичних занять

№	Назва теми
1.	Штучні способи розв'язування цілих раціональних рівнянь та їх систем.
2.	Штучні способи розв'язування дробово-раціональних рівнянь та їх систем.
3.	Деякі штучні способи розв'язування цілих раціональних нерівностей та їх систем.
4.	Деякі штучні способи розв'язування дробово-раціональних нерівностей та їх систем.
5.	Деякі штучні способи розв'язування ірраціональних рівнянь та нерівностей і їх систем.
6.	Деякі штучні методи розв'язування показникових рівнянь і нерівностей та їх систем.
7.	Деякі штучні методи розв'язування логарифмічних рівнянь і нерівностей та їх систем.

8.	Деякі штучні методи розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей та їх систем
9.	Деякі штучні методи розв'язування обернених тригонометричних рівнянь і нерівностей та їх систем
10.	Застосування векторної алгебри для розв'язування рівнянь і нерівностей.
11.	Застосування геометрії для розв'язування рівнянь і нерівностей.

3.7. Самостійна робота

Практичні завдання з тем курсу

«Штучні методи розв'язування рівнянь і нерівностей елементарної математики»

1. Розв'язати рівняння:

а) $x^3 - \frac{27}{8} = 4\frac{1}{2}x$;

б) $x^3 - 3x = 64 + \frac{1}{64}$;

в) $x(x+1) + (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) + (x+3)(x+4) + (x+4)(x+5) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5$;

г) $x^4 + 2x^3 - x = 2$;

д) $(x^2 - x + 1)^2 - 10x^2(x^2 - x + 1) + 9x^4 = 0$;

е) $(x^2 + x + 1)^2 = x^2(3x^2 + x + 1)$;

є) $x^2 + 12x + 4 = 6(x + 2)\sqrt{x}$;

ж) $5(5 + x)(5 + 2x)(5 + 3x) = 3(3 + x)(3 + 2x)(3 + 3x)$;

з) $x = 2 + 3(2 + 3x^3)^3$;

и) $(x^2 - x - 1)^3 + (x^2 - 3x + 2)^3 = (2x^2 - 4x + 1)^3$;

і) $\frac{(x^2 + x + 1)^2}{(x + 1)^2(x^2 + 1)} = \frac{49}{45}$;

к) $\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x-6}{x-2} + \frac{x+6}{x+2}$;

л) $\sqrt[4]{1-x^4} + \sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{1+x} = 3$;

м) $(x-y)^2 + 2(x+1)(y+1) = 0$;

н) $x^2 - 4x + y - 10\sqrt{y} + 29 = 0$;

о) $3x - 4y = 5\sqrt{x^2 + y^2}$;

п) $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = 5$;

р) $\begin{cases} 4 - (y + 13)^2 = \sqrt{x - y}, \\ 13x + 3y = \sqrt{x - y - 16}; \end{cases}$

с) $\cos^8 x + \sin^8 x = 64 (\cos^{20} x + \sin^{20} x)$;

т) $5^{|1-9x^2|} = \sin \frac{3\pi x}{2}$;

у) $\begin{cases} x^2 = 1 + 6\log_4 y, \\ x^2 = y^{2^x} + 2^{2x+1}. \end{cases}$

2. Розв'язати нерівності:

а) $x^8 > 8x - 7$;

б) $4x^2 + \sqrt{3x} > \sqrt{x+1} + 1$;

в) $y - \sqrt{1-y-x^2} \geq \frac{1}{|\cos x|}$;

$$г) \frac{6-3^{x+1}}{x} > \frac{10}{2x+1};$$

$$д) \frac{\lg(9+5^{|x|})}{\cos^2(x+y)} \leq 1;$$

$$е) x4^x > 4;$$

$$є) 2^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x}+1} + 4^{\sqrt{x}+2} > 20;$$

$$ж) \ln(1-x^2) \leq x+1/4.$$

3. Знайти всі значення параметра a , при яких система

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = x^2 + y + a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

має єдиний розв'язок.

4. Методи навчання

Основними методами навчання є:

- проблемно-пошуковий (ситуативне моделювання, дискусія, мозковий штурм, кейс-метод, метод проектів, ігрові методи);
- методи інтерактивного навчання;
- метод проблемного викладу матеріалу;
- пояснювально-ілюстративний метод;
- метод сторітелінгу.

5. Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Критерієм успішного проходження здобувачем освіти підсумкового оцінювання може бути досягнення ним мінімальних порогових рівнів оцінок за кожним запланованим результатом навчання навчальної дисципліни.

Екзаменаційна робота містить одне теоретичне та три практичні завдання, які охоплюють весь матеріал дисципліни, й оцінюється в 40 балів. Кожне завдання оцінюється в 10 балів.

Теоретичне чи практичні питання оцінюється так:

- 1) **9-10 балів** – робота виконана повністю без помилок або з незначними помилками;
- 2) **7-8 балів** – робота виконана повністю з помилками, які не впливають на кінцевий результат;
- 3) **5-6 балів** – робота виконана повністю з суттєвими помилками, але витримано алгоритм викладання матеріалу;
- 4) **3-4 бали** – робота виконана не повністю з суттєвими помилками, але витримано загальний алгоритм викладання матеріалу;
- 5) **2 бали** – робота виконана не повністю з суттєвими помилками;
- 6) **1-0 балів** – робота не виконана або виконана не повністю з суттєвими помилками.

Підсумкова оцінка за екзаменаційну роботу відповідає загальній сумі балів, отриманих під час поточного контролю (максимально 60 балів) та під час іспиту (максимально 40 балів).

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо

Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом

Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне оцінювання (аудиторна та самостійна робота)								Кількість балів (залік)	Сумарна кількість балів
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2				40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8		
8	7	8	7	9	6	9	6		

T1, T2, ..., T8 – теми змістових модулів.

Для забезпечення можливості неформальної освіти студентам під час вивчення курсу «Штучні методи розв'язування рівнянь і нерівностей елементарної математики» при наявності сертифікатів про проходження онлайн-курсів на освітніх платформах, майстер-класів з розв'язування олімпіадних завдань чи завдань підвищеної складності з математики, студентам зараховується до 5 балів за модуль за умови підготовки ними презентацій за матеріалами прослуханого курсу, чи веб-заходу і їх публічного захисту.

Якщо студент був відсутній на заняттях з довільної причини, то він вивчає теоретичний матеріал самостійно з використанням рекомендованої літератури, конспекту лекцій, виконує усі задані завдання та звітує під час проведення консультацій з можливістю з'ясування незрозумілих ситуацій тощо.

6. Методи і засоби поточного контролю та форма підсумкового контролю

Форми поточного та підсумкового контролю

Форми поточного контролю: *письмові* (тестування, реферат, самостійні роботи, модульні контрольні роботи) та *усні*: відповідь студента та ін.

Формою підсумкового контролю є *іспит*.

Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

- ✓ самостійні роботи
- ✓ модульні контрольні роботи;
- ✓ колоквіуми;
- ✓ тести;
- ✓ презентації результатів виконаних завдань та досліджень;
- ✓ студентські презентації та виступи на наукових заходах.

Методи контролю й оцінки результатів навчання:

- ✓ усний,
- ✓ письмовий,
- ✓ тестовий,
- ✓ метод самоконтролю та самооцінювання студентів.

7. Рекомендована література – основна

1. Белешко Д.Т. Розв'язуємо ірраціональні рівняння і нерівності: Навч. пос. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. 80 с.

2. Житарюк І.В., Петришин Р.І., Житарюк С.І. Довідник з математики для вступників до ВНЗ III-IV рівнів акредитації. / Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів : *Лист Міністерства освіти і науки*

науки України про надання грифу № 1/11 - 2521 від 04.06.2004 року. Чернівці: Видавництво «Прут», 2005. 776 с.

3. Лагодюк В.Ю. Нестандартні методи розв'язування окремих типів математичних рівнянь. Рівне: РМВК УО, 2010. 18 с.

4. Лось В.М., Тихієнко В.П. Математика: навчаємо міркувати. Розв'язування нестандартних задач: Навч. посібник. Київ: Кондор, 2005. 312 с.

5. Стасюк В.Д. Практикум розв'язування задач з математики. Київ, 2006. 524 с.

6. Титаренко О.М. Математика. 6611 задач: від найпростіших до олімпіадних: навч. посіб. Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2011. 480 с.

7. Федак І.В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх. Чернівці: Зелена Буковина, 2002. 337 с.

8. Федак І.В. Розв'язування задач підвищеної складності з математики. Спеціальний курс. Навчальний посібник. Івано-Франківськ: Голіней, 2010. 100 с.

9. Хохлова Л.Г., Хома-Могильська С.Г. Ірраціональні рівняння і нерівності: Навчальний посібник. Тернопіль: Тайп, 2018. 72 с.

10. Яковлева Л.В. Розв'язування рівнянь вищих степенів: методичний посібник. Умань: Поліграфічний центр «Візаві», 2009. 46 с.

8. Інформаційні ресурси

1. База шкільних підручників онлайн. URL: <https://gdz4you.com/pidruchnyky/>.

2. Белешко Д.Т. Розв'язуємо ірраціональні рівняння та нерівності. Навчальний посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. 80 с. URL: <https://chtivo.org.ua/literature/navchalna/2177-rozvjazuyemo-irrationalni-rivnjannja-ta-nerivnosti.html>

3. Національна бібліотека України ім. В. Вернадського. URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>

4. Віртуальна математична бібліотека. URL: <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>

5. Журнал «Математика в школах України». URL: <http://journal.osnova.com.ua/journal>

6. Офіційний сайт факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. URL: <http://fmi.org.ua/>

7. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. URL: <http://www.library.chnu.edu.ua/>

8. Сайт МОН України. **Освітні програми:** URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>, **підручники:** URL: <https://mon.gov.ua/ua/tag/pidruchniki>

9. Сайт «Уроки математики». URL: <http://www.go2math.com>

10. Хохлова Л.Г., Хома-Могильська С.Г. Ірраціональні рівняння і нерівності: Навчальний посібник. Тернопіль: Тайп, 2018. 72 с. URL: <http://dspace.wunu.edu.ua/bitstream/316497/33269/1/%D0%A5%D0%9E%D0%A5%D0%9B%D0%9E%D0%92%D0%90%20%D0%9B.%D0%93.%20%D0%86%D0%A0%D0%A0%D0%90%D0%A6%D0%86%D0%9E%D0%9D%D0%90%D0%9B%D0%AC%D0%9D%D0%86%20%D0%A0%D0%86%D0%92%D0%9D%D0%AF%D0%9D%D0%9D%D0%AF%20%D0%86%20%D0%9D%D0%95%D0%A0%D0%86%D0%92%D0%9D%D0%9E%D0%A1%D0%A2%D0%86.pdf>

11. Федак І.В. Розв'язування задач підвищеної складності з математики. Спеціальний курс. Навчальний посібник. Івано-Франківськ: Голіней, 2010. 100 с. URL: <https://kmfa.pnu.edu.ua/wp->

[content/uploads/sites/64/2020/02/%D0%A4%D0%B5%D0%B4%D0%B0%D0%BA-%D0%86.%D0%92.-%D0%A0%D0%BE%D0%B7%D0%B2%D1%8F%D0%B7%D1%83%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F-%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87-%D0%BF%D1%96%D0%B4%D0%B2%D0%B8%D1%89%D0%B5%D0%BD%D0%BE%D1%97-%D1%81%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%96.pdf](#)